

## INSTRUÇÕES

1. Confira, abaixo, o seu número de inscrição, turma e nome. Assine no local indicado.
2. Aguarde autorização para abrir o caderno de prova. Antes de iniciar a resolução das questões, confira a numeração de todas as páginas.
3. A prova desta fase é composta de 10 questões discursivas de Matemática.
4. As questões deverão ser resolvidas no caderno de prova e transcritas na folha de versão definitiva, que será distribuída pelo aplicador de prova no momento oportuno.
5. A interpretação das questões é parte do processo de avaliação, não sendo permitidas perguntas aos aplicadores de prova.
6. Ao receber a folha de versão definitiva, examine-a e verifique se o nome impresso nela corresponde ao seu. Caso haja qualquer irregularidade, comunique-a imediatamente ao aplicador de prova.
7. As respostas das questões devem ser transcritas **NA ÍNTEGRA** na folha de versão definitiva, com caneta preta.  
  
**Serão consideradas para correção apenas as respostas que constem na folha de versão definitiva.**
8. Não serão permitidas consultas, empréstimos e comunicação entre os candidatos, tampouco o uso de livros, apontamentos e equipamentos eletrônicos ou não, inclusive relógio. O não-cumprimento dessas exigências implicará a eliminação do candidato.
9. Os aparelhos celulares deverão ser desligados e colocados OBRIGATORIAMENTE no saco plástico. Caso essa exigência seja descumprida, o candidato será excluído do concurso.
10. O tempo de resolução das questões, incluindo o tempo para a transcrição na folha de versão definitiva, é de 2 horas e 30 minutos.
11. Ao concluir a prova, permaneça em seu lugar e comunique ao aplicador de prova. Aguarde autorização para entregar o caderno de prova, a folha de versão definitiva e a ficha de identificação.

**MATEMÁTICA**

**DURAÇÃO DESTA PROVA: 2 horas e 30 minutos**

NÚMERO DE INSCRIÇÃO

TURMA

NOME DO CANDIDATO

ASSINATURA DO CANDIDATO

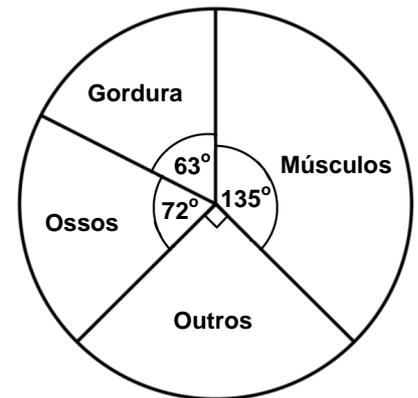
CÓDIGO



01 - Atribui-se ao matemático De Moivre uma lenda sobre um homem que previu sua própria morte. As condições da previsão estão dentro de uma narrativa que modela grosseiramente vários aspectos da realidade. Por exemplo, dormir 24 horas seguidas equivale a morrer, e assim por diante. A lenda é a seguinte: um homem observou que cada dia dormia 15 minutos a mais que no dia anterior. Se ele fez essa observação exatamente após ter dormido 8 horas, quanto tempo levará para que ele durma 24 horas seguidas, não mais acordando?

02 - O gráfico de setores ao lado ilustra como a massa de um homem de 80 kg está distribuída entre músculos, gordura, ossos e outros. O ângulo de cada setor está mostrado em graus. Com base nesse gráfico, responda às perguntas:

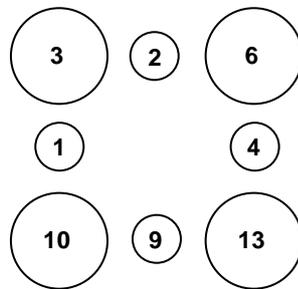
a) Quantos quilogramas de músculos esse homem possui?



b) Juntos, gordura e ossos representam que percentual da massa desse homem?

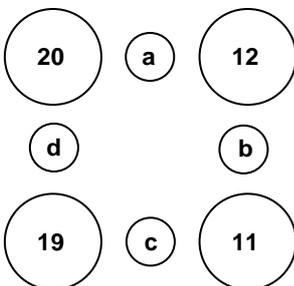
03 - Durante um passeio, uma pessoa fez o seguinte trajeto: partindo de um certo ponto, caminhou 3 km no sentido norte, em seguida 4 km para o oeste, depois 1 km no sentido norte novamente, e então caminhou 2 km no sentido oeste. Após esse percurso, a que distância a pessoa se encontra do ponto de onde iniciou o trajeto?

04 - No diagrama abaixo, os números dos círculos grandes são obtidos a partir de uma determinada regra.



a) Descreva a regra pela qual os números dos círculos grandes desse diagrama são obtidos.

b) Sabendo-se que os números dos círculos maiores do diagrama abaixo são obtidos pela mesma regra do diagrama anterior, determine a, b, c, d, de modo que esses números sejam inteiros positivos.

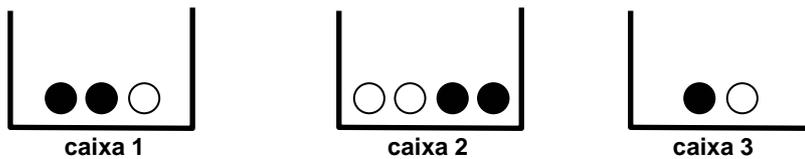


05 - Uma jarra de vidro em forma cilíndrica tem 15 cm de altura e 8 cm de diâmetro. A jarra está com água até quase a borda, faltando 1 cm de sua altura para ficar totalmente cheia.

a) Se uma bolinha de gude de 2 cm de diâmetro for colocada dentro dessa jarra, ela deslocará que volume de água?

b) Quantas bolinhas de gude de 2 cm de diâmetro serão necessárias para fazer com que a água se desloque até a borda superior da jarra?

06 - Considere três caixas contendo bolas brancas e pretas, conforme ilustra a figura.



Uma bola é retirada aleatoriamente da caixa 1 e colocada na caixa 2. Então, uma bola é retirada aleatoriamente da caixa 2 e colocada na caixa 3. Finalmente, uma bola é retirada aleatoriamente da caixa 3. Calcule a probabilidade de que essa última bola retirada seja branca.

07 - 100 litros de uma solução contêm inicialmente 75% de álcool e 25% de água. Indiquemos por  $f(x)$  a concentração de água nessa solução após  $x$  litros da água serem removidos, isto é,

$$f(x) = \frac{\text{volume da água na solução após } x \text{ litros da água serem removidos}}{\text{volume da solução após } x \text{ litros da água serem removidos}}$$

a) Qual o valor de  $f(0)$ ?

b) Obtenha a expressão de  $f(x)$  em termos de  $x$ .

08 - Suponha que a expressão  $P = 100 + 20 \sin(2\pi t)$  descreve de maneira aproximada a pressão sanguínea  $P$ , em milímetros de mercúrio, de uma certa pessoa durante um teste. Nessa expressão,  $t$  representa o tempo em segundos. A pressão oscila entre 20 milímetros de mercúrio acima e abaixo dos 100 milímetros de mercúrio, indicando que a pressão sanguínea da pessoa é 120 por 80. Como essa função tem um período de 1 segundo, o coração da pessoa bate 60 vezes por minuto durante o teste.

a) Dê o valor da pressão sanguínea dessa pessoa em  $t = 0$  s;  $t = 0,75$  s.

b) Em que momento, durante o primeiro segundo, a pressão sanguínea atingiu seu mínimo?

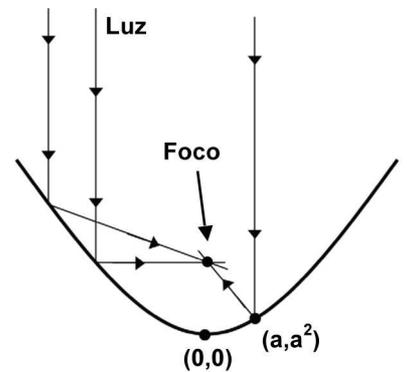
09 - Uma caixa de papel em forma de bloco retangular está sendo projetada de modo a ter altura e comprimento de mesma medida e largura 3 cm maior que seu comprimento. Quais as dimensões dessa caixa para que seu volume seja  $200 \text{ cm}^3$ ?

RASCUNHO

10 - Alguns telescópios usam espelhos parabólicos, pois essa forma geométrica reflete a luz que entra para um único ponto, chamado foco. O gráfico de  $y = x^2$ , por exemplo, tem a forma de uma parábola. A luz que vem verticalmente, de cima para baixo (paralelamente ao eixo y), encontra a parábola e é refletida segundo a lei de que o ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão. Essa lei implica que os raios de luz verticais, encontrando a parábola no ponto  $(a, a^2)$ , serão refletidos na direção da reta

$$4ay + (1 - 4a^2)x = a.$$

Sendo assim, calcule o ponto em que os raios de luz verticais refletidos em  $(1,1)$  e  $(2,4)$  se encontrarão.



RASCUNHO