



# PROCESSO SELETIVO 2015

01/12/2014

## INSTRUÇÕES

1. Confira, abaixo, o seu número de inscrição, turma e nome. Assine no local indicado.
2. Aguarde autorização para abrir o caderno de prova. Antes de iniciar a resolução das questões, confira a numeração de todas as páginas.
3. A prova desta fase é composta de 10 questões discursivas de Matemática.
4. As questões deverão ser resolvidas no caderno de prova e transcritas na folha de versão definitiva, que será distribuída pelo aplicador de prova no momento oportuno.
5. A interpretação das questões é parte do processo de avaliação, não sendo permitidas perguntas aos aplicadores de prova.
6. Ao receber a folha de versão definitiva, examine-a e verifique se o nome impresso nela corresponde ao seu. Caso haja qualquer irregularidade, comunique-a imediatamente ao aplicador de prova.
7. As respostas das questões devem ser transcritas **NA ÍNTEGRA** na folha de versão definitiva, com caneta preta.

**Serão consideradas para correção apenas as respostas que constem na folha de versão definitiva.**

8. Não serão permitidas consultas, empréstimos e comunicação entre os candidatos, tampouco o uso de livros, apontamentos e equipamentos eletrônicos ou não, inclusive relógio. O não cumprimento dessas exigências implicará a eliminação do candidato.
9. Não será permitido ao candidato manter em seu poder relógios e aparelhos eletrônicos (BIP, telefone celular, *tablet*, calculadora, agenda eletrônica, MP3 etc.), devendo ser desligados e colocados OBRIGATORIAMENTE no saco plástico. Caso essa exigência seja descumprida, o candidato será excluído do concurso.
10. O tempo de resolução das questões, incluindo o tempo para a transcrição na folha de versão definitiva, é de 2 horas e 30 minutos.
11. Ao concluir a prova, permaneça em seu lugar e comunique ao aplicador de prova. Aguarde autorização para entregar o caderno de prova, a folha de versão definitiva e a ficha de identificação.

Conhecimentos Específicos

**MATEMÁTICA**

DURAÇÃO DESTA PROVA: 2 horas e 30 minutos

NÚMERO DE INSCRIÇÃO

TURMA

NOME DO CANDIDATO

ASSINATURA DO CANDIDATO

CÓDIGO



01 - Para simular as diversas maneiras pelas quais uma corrente elétrica flui num determinado circuito, é necessário estudar o seguinte sistema linear em função da constante  $k$ :

$$\begin{cases} x - 2y + z = 5 \\ 2x + y + 3z = 2 \\ 3x - y + k^2 z = k + 5 \end{cases}$$

a) Qual a solução do sistema, para  $k = 0$ ?

b) Discuta o sistema em função do valor  $k$ .

02 - A tabela ao lado relaciona a quantidade de espécies de insetos,  $Q(x)$ , encontradas em uma região de floresta, em função da área  $x$ :

Suponha que a quantidade de espécies de insetos possa ser calculada de maneira aproximada por  $Q(x) = a + b \cdot \log(x)$ .

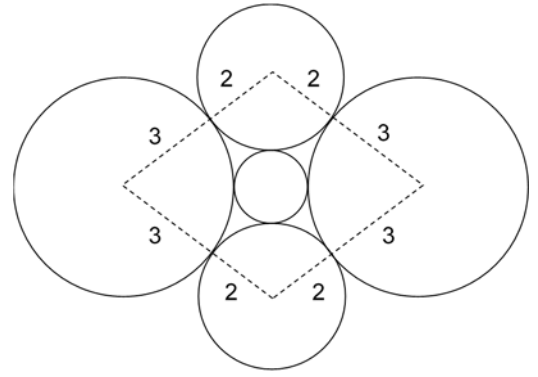
$x$ Área (hectares)	10	100	1 000	10 000
$Q(x)$ Tipos de Insetos	500	800	1 100	1 400

a) Calcule o valor de  $a$  e de  $b$ .

b) Calcule a área aproximada, em hectares, para a qual se terá 1200 tipos de insetos. (use  $\sqrt[3]{10} = 2,15$ )

03 - A figura ao lado apresenta uma configuração envolvendo cinco círculos tangentes. Dois deles possuem raio 3 e dois possuem raio 2.

- a) Calcule o raio do círculo menor, justificando sua resposta.



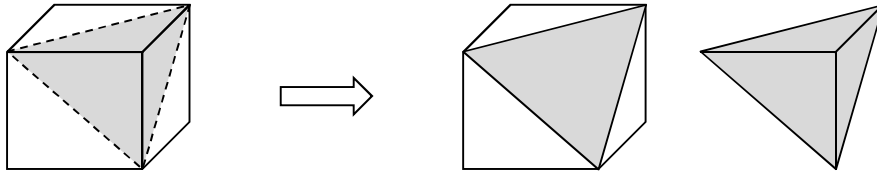
- b) Calcule a área do losango, cujos vértices são os centros dos quatro círculos maiores.

04 - Suponha que um bloco retangular de madeira possui dimensões  $n$  cm,  $(n + 1)$  cm e  $(n + 2)$  cm, sendo  $n$  um número inteiro positivo. O bloco foi pintado na cor vermelha e depois cortado em cubos de aresta 1 cm, por meio de cortes paralelos às faces.

- a) Qual deve ser o valor de  $n$  para que 22 cubos possuam exatamente uma face vermelha?

- b) Qual deve ser o valor de  $n$  para que 24 cubos não possuam nenhuma face vermelha?

05 - Um cubo de aresta 4 cm foi seccionado por um plano, originando dois sólidos geométricos conforme indica a figura.



a) Calcule o volume de cada um dos dois sólidos obtidos por essa secção.

b) Calcule a área total da superfície de cada um dos sólidos obtidos por essa secção.

06 - A tabela ao lado apresenta a distribuição total de licenças por empregado solicitadas nos últimos 5 anos em uma empresa:

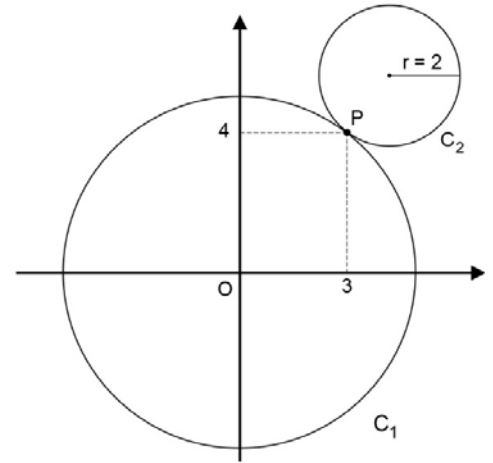
Total de Licenças	3	4	5	6	7	8
Empregados	1	3	6	9	7	4

a) Calcule a média, a moda e a mediana da distribuição de licenças por empregado.

b) Calcule a variância e o desvio padrão da distribuição de licenças.

07 - Considere o círculo  $C_1$ , de centro na origem, que passa pelo ponto  $P(3,4)$  e o círculo  $C_2$ , de raio  $r = 2$ , tangente a  $C_1$  no ponto  $P$ , conforme a figura ao lado.

- a) Obtenha as equações cartesianas do círculo  $C_1$  e da reta que passa pelo centro de  $C_1$  e pelo ponto  $P$ .



- b) Obtenha as coordenadas cartesianas do centro do círculo  $C_2$ .

08 - Considere a expressão  $\left(x + \frac{1}{2x^3}\right)^n$ , em que  $n$  é um número inteiro positivo.

- a) Se  $n = 4$ , qual é o termo independente no desenvolvimento binomial da expressão?

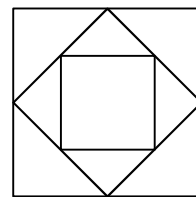
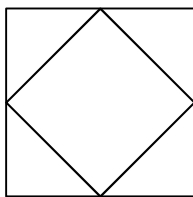
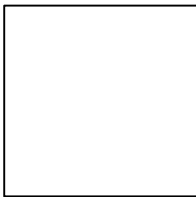
- b) Qual deve ser o valor de  $n$  para que o termo independente da expressão seja igual a 7?

09 - Considere as funções  $f$  e  $g$ , definidas por  $f(x) = cx + 1$  e  $g(x) = x + c$ , sendo  $c$  uma constante e  $x \in \mathbb{R}$ .

a) Calcule os valores de  $c$  para os quais  $f \circ g = g \circ f$ .

b) Calcule os valores de  $c$  para os quais  $g = cf^{-1}$ , sendo  $f^{-1}$  a função inversa de  $f$ .

10 - Os segmentos de reta que unem os pontos médios dos lados de um quadrado, formam um novo quadrado. A seguir, os pontos médios dos lados do segundo quadrado são unidos para formar um terceiro quadrado. Repetindo esse processo indefinidamente obtém-se uma sequência de quadrados, cada vez menores, conforme ilustram as figuras a seguir.



Suponha que o primeiro quadrado possui lado 1 m:

a) Calcule o comprimento do lado do terceiro quadrado obtido por esse processo.

b) Mostre que a soma dos perímetros de todos os quadrados dessa sequência é aproximadamente 13,6 m.